

*Wiesław GOSK*

*Główny Urząd Miar*

*Samodzielne Laboratorium Przepływów*

## **WERYFIKACJA WPŁYWU PORÓWNAŃ PROWADZONYCH W WARUNKACH ZRÓWNOWAŻONEGO EKSPERYMENTU WEWNĄTRZLABORATORYJNEGO NA CMC LABORATORIUM WZORCUJĄCEGO**

W referacie przedstawiono metodę weryfikacji wpływu wyników porównań wewnątrzlaboratoryjnych na CMC laboratorium wzorcującego opartą na analizie wariancji wyników eksperymentu zrealizowanego jako doświadczenie dwuczynnikowe przy założeniu, że czynnikami zmiennymi są obserwator wykonujący wzorcowanie oraz czas upływający między kolejnymi cyklami porównań.

**Slowa kluczowe:** porównania wewnątrzlaboratoryjne, wariancja wewnątrzlaboratoryjna, CMC laboratorium wzorcującego.

### **VERIFICATION OF THE IMPACT OF COMPARISONS CARRIED OUT IN THE CONDITIONS OF ALANCED WITHIN -LABORATORY EXPERIMENT ON CMC CALIBRATION LABORATORY**

The paper presents the method of verifying the impact of the results of within-laboratory comparisons on the CMC calibration laboratory based on the analysis of variance of the results of the experiment as a two-factor experiment assuming that the variable factors are the observer performing the calibration and the time between consecutive comparisons.

**Keywords:** within-laboratory comparisons, within-laboratory variance, CMC calibration laboratory.

### **1. WSTĘP**

Porównania wewnątrzlaboratoryjne są ważnym narzędziem zapewnienia jakości wyników wzorcowanych realizowanych przez laboratoria akredytowane. W praktyce można spotkać – w zależności od dziedziny i specyfiki laboratorium – różne sposoby (plany) prowadzenia tych porównań oraz różne, ustalane często arbitralnie przez laboratoria, miary i kryteria akceptacji ich wyników. Natomiast wyniki porównań wewnątrzlaboratoryjnych nie są na ogół są weryfikowane pod względem ich ewentualnego wpływu na oszacowanie zdolności pomiarowej laboratorium. Tymczasem CMC laboratorium wzorcującego jest oszacowaniem zdolności pomiarowej laboratorium w warunkach „rutynowego” wykonywania wzorcowania, w których czynnikami wpływającymi na zmienność wyników pomiarów mogą być także czynniki: kto z personelu wzorcującego wykonuje wzorcowanie i kiedy.

### **2. PLAN EKSPERYMENTU WEWNĄTRZLABORATORYJNEGO**

Niepewność wzorcowania wykonywanych przez laboratorium zależy od szeregu czynników, do których, przyjmując klasyfikację wg [1], należą: ogólnie pojęta organizacja laboratorium, wyposażenie i jego wzorcowanie, stosowane procedury i przyjęte w nich metody pomiarowe, personel wzorczący i odstępy czasu między wzorcowaniami. Warunki, w których ww. czynniki są stałe podczas wzorcowania są warunkami powtarzalności. Skrajny przypadek, w którym wszystkie czynniki wpływające (łącznie z organizacją) są zmienne determinuje warunki odtwarzalności

miedzylaboratoryjnej. Warunki, w których zmiany są ograniczone do  $M$  czynników wewnętrz laboratorium są tzw. pośrednimi warunkami precyzji z  $M$  czynnikami zmiennymi. W niniejszym opracowaniu określono je jako warunki odtwarzalności wewnętrzlaboratoryjnej.

Zaplanowano doświadczenie, w którym błędy wybranego obiektu wzorcowania (np. przepływomierza) będą wyznaczane kolejno przez  $v$  osób personelu (operatorów), w możliwie krótkim czasie (np. w ciągu 2 dni). Każdy z operatorów wykona równą liczbę  $n$  pomiarów. Tak wykonane wzorcowanie będzie powtarzane  $r$  razy, w równomiernych odstępach czasu (np. co 3 miesiące). Obiekt wzorcowania, procedura wzorcowania, w tym metoda pomiarowa i warunki odniesienia oraz pozostałe czynniki wpływające na wyniki pomiarów pozostają stałe. Planowane w ten sposób doświadczenie określono jako zrównoważony eksperyment wewnętrzlaboratoryjny.

Wyniki pomiarów dla wybranej wartości wielkości mierzonej (np. strumienia objętości) zgromadzono w sposób przedstawiony w tabeli 1. Tworzą one tzw. dwukierunkową klasyfikację krzyżową z czynnikami klasyfikacyjnymi: operator i czas, gdzie operatorzy  $1 \dots v$  i czasy  $1 \dots r$  stanowią klasy tej klasyfikacji. Jest ona ortogonalna ponieważ w każdej podklasie „czas - operator” liczba  $n$  przeprowadzonych pomiarów jest taka sama i nie dopuszcza się, aby którakolwiek z podklas była pusta (wszyscy operatorzy muszą być obecni podczas eksperymentu). Jest to być może kłopotliwe w stosunku do innych planów eksperymentu zakładających puste podklasy, ale znacznie ułatwia dalszą analizę statystyczną. Zgodnie z [2] dla tak zaplanowanego eksperymentu - dotyczącego konkretnego laboratorium - właściwym modelem statystycznym jest tzw. model ze stałym oddziaływaniem (model typu I).

Tabela 1

|          | Operator 1                         | ... | Operator $j$                       | ... | Operator $v$                       |
|----------|------------------------------------|-----|------------------------------------|-----|------------------------------------|
| Czas 1   | $y_{111}, y_{112}, \dots, y_{1In}$ | ... | $y_{ij1}, y_{ij2}, \dots, y_{ijn}$ | ... | $y_{1v1}, y_{1v2}, \dots, y_{1vn}$ |
| Czas 2   | $y_{211}, y_{212}, \dots, y_{2In}$ | ... | $y_{2j1}, y_{2j2}, \dots, y_{2jn}$ | ... | $y_{2v1}, y_{2v2}, \dots, y_{2vn}$ |
| .        |                                    | ... |                                    | ... |                                    |
| Czas $i$ | $y_{i11}, y_{i12}, \dots, y_{iIn}$ | ... | $y_{ij1}, y_{ij2}, \dots, y_{ijn}$ | ... | $y_{iv1}, y_{iv2}, \dots, y_{ivn}$ |
|          |                                    | ... |                                    | ... |                                    |
| Czas $r$ | $y_{r11}, y_{r12}, \dots, y_{rIn}$ | ... | $y_{rj1}, y_{rj2}, \dots, y_{rjn}$ | ... | $y_{rv1}, y_{rv2}, \dots, y_{rvn}$ |

### 3. MODEL STATYSTYCZNY EKSPERYMENTU

Wzorcowanie obiektu w czasie „ $i$ ” przez operatora „ $j$ ” przyniosło następujące wyniki:

$$y_{ij1}, y_{ij2}, \dots, y_{ijk}, \dots, y_{ijn} \quad (1)$$

Wszystkie wyobrażalne wyniki pomiarów w podklasie „czas  $i$  - operator  $j$ ”, oznaczonej jako  $T(i), O(j)$ , stanowią populację  $T(i), O(j)$ . Otrzymane wyniki wzorcowania stanowią zatem realizację obserwowanego w tej populacji wektora losowego:

$$(Y_{ij1}, Y_{ij2}, \dots, Y_{ijk}, \dots, Y_{ijn}) \quad (2)$$

Eksperymentalny charakter danych (1) pozwala na przyjęcie założenia, że  $Y_{ij1}, Y_{ij2}, \dots, Y_{ijk}, \dots, Y_{ijn}$  są niezależne i mają jednakowy rozkład normalny  $N(m_{ij}, \sigma_{ij})$ . Zakłada się ponadto, że wariancja rozkładu  $Y_{ijk}$  jest jednakowa dla wszystkich rozpatrywanych podklas, co wyraża się następująco:

$$D^2(Y_{ijk}) = \sigma_{ijk}^2 = \sigma^2 ; i = 2 \dots r, j = 2 \dots v \quad (3)$$

Założenie (3), z pozoru silne, w rzeczywistości – uwzględniając fakt, że zmienność  $Y_{ijk}$  w każdej podklasie  $T(i)$ ,  $O(j)$  jest generowana głównie przez rozrzuty wskazań obiektu wzorcowania – jest na ogół spełnione i zawsze może być zweryfikowane testem jednorodności wariancji.

Niech model generujący wyniki wzorcowania w podklasie  $T(i)$ ,  $O(j)$  ma postać:

$$Y_{ijk} = m_{ij} + \xi_{ijk}, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

gdzie:  $m_{ij} = E(Y_{ijk})$ ,  
 $\xi_{ijk}$  jest zmienną losową o  $E(\xi_{ijk}) = 0$  i  $D^2(\xi_{ijk}) = \sigma^2$ .

Jeżeli wpływy czynników: czas i operator na wyniki wzorcowania są statystycznie istotne wówczas wartości przeciętne  $m_{ij}$  w każdej podklasie mogą być inne. Zróżnicowanie tych wartości można obserwować w stosunku do wartości przeciętnej w zbiorze wszystkich populacji  $T(i)$ ,  $O(j)$  obejmujących zaplanowany eksperyment, wyznaczając:

$$m = \frac{1}{r \cdot v} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^v m_{ij} \quad (5)$$

Wówczas, wprowadzając różnicę  $B_{ij} = m_{ij} - m$  wyrażającą odchylenie  $m_{ij}$  od (5) spowodowane łącznym wpływem czynników czas i obserwator na  $m_{ij}$ , równanie (4) można zapisać jako:

$$Y_{ijk} = m + B_{ij} + \xi_{ijk} \quad (6)$$

albo podejmując próbę rozdzielenia tych wpływów, jako:

$$Y_{ijk} = m + B_{i(T)} + B_{j(O)} + B_{ij(TO)} + \xi_{ijk} \quad (7)$$

gdzie:  $B_{i(T)}$  – obciążenie będące efektem głównym wpływu czasu,  
 $B_{j(O)}$  – obciążenie będące efektem głównym wpływu operatora,  
 $B_{ij(TO)}$  – obciążenie będące efektem interakcji wpływu czasu i operatora,  
 $\xi_{ijk}$  – zmienna losowa reprezentująca efekty oddziaływanego czynników przypadkowych w pomiarze.

Zróżnicowanie obciążień  $B_{j(O)}$  w klasie „operator” może wynikać z różnych umiejętności technicznych operatorów i ich indywidualnych nawyków w stosowaniu metod pomiarowych. W zróżnicowaniu  $B_{i(T)}$  w klasie „czas” przejawia się z kolei wpływ dryfów aparaturowych. Zmieniające się umiejętności i zaangażowanie operatorów w czasie jest przykładem interakcji czynników „operator” i „czas”, wyrażających się zmiennością  $B_{ij(TO)}$ . Oczywiście w warunkach powtarzalności wszystkie ww. obciążenia przybierają wartości stałe.

#### 4. WERYFIKACJA WYNIKÓW EKSPERYMENTU WEWNĄTRZLABORATORYJNEGO

Badanie wpływu operatora i czasu na wyniki wzorcowania zostało przeprowadzone metodą dwuczynnikowej analizy wariancji (ANOVA). Wyniki analizy ujęto w postaci tablicy analizy wariancji i przedstawiono w tabeli 2.

Tabela 2

| Źródło zmienności | Suma kwadratów odchyleń z próby   | Stopnie swobody | Wariancja z próby                                |
|-------------------|---|-----------------|--|
| 1                 | 2   | 3               | 4  |
| T                 | $SS_{(T)} = v \cdot n \sum_{i=2}^r (\bar{Y}_{i..} - \bar{Y})^2$   | (r-1)           | $S_{(T)}^2 = \frac{SS_{(T)}}{r-1}$               |
| O                 | $SS_{(O)} = r \cdot n \sum_{j=2}^v (\bar{Y}_{.j..} - \bar{Y})^2$  | (v-1)           | $S_{(O)}^2 = \frac{SS_{(O)}}{v-1}$               |
| T x O             | $SS_{(TO)} = n \sum_{i=2}^r \sum_{j=2}^v (\bar{Y}_{ij..} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j..} + \bar{Y})^2$ | (r-1) · (v-1)   | $S_{TO}^2 = \frac{SS_{(TO)}}{(r-1) \cdot (v-1)}$ |
| Resztowe          | $SS_r = \sum_{i=2}^r \sum_{j=2}^v \sum_{k=1}^n (Y_{ijk} - \bar{Y}_{ij..})^2$                            | r · v · (n-1)   | $S_r^2 = \frac{SS_r}{r \cdot v \cdot (n-1)}$     |
| Ogółem            | $SS_{(Y)} = \sum_{i=2}^r \sum_{j=2}^v \sum_{k=1}^n (Y_{ijk} - \bar{Y})^2$                               | r · v · n - 1   | X  |

Średnie arytmetyczne zmiennych losowych  $Y_{ijk}$  reprezentujących wyniki wzorcowania w  $i$ -tym czasie przez  $j$ -tego obserwatora oraz odpowiednio średnie arytmetyczne zmiennych losowych  $Y_{ij..}$  reprezentujących wyniki wzorcowania uzyskane w  $i$ -tym czasie od wszystkich operatorów lub przez  $j$ -tego operatora we wszystkich przeprowadzonych w eksperymencie wzorcowaniach określa odpowiednio się jako:

$$\bar{Y}_{ij..} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n Y_{ijk}; \quad \bar{Y}_{i..} = \frac{1}{v \cdot n} \sum_{j=2}^v \sum_{k=1}^n Y_{ijk}; \quad \bar{Y}_{.j..} = \frac{1}{r \cdot n} \sum_{i=2}^r \sum_{k=1}^n Y_{ijk} \quad (8)$$

Średnią arytmetyczną ogólną reprezentującą wyniki eksperymentu jest:

$$\bar{Y} = \frac{1}{r \cdot v \cdot n} \sum_{i=2}^r \sum_{j=2}^v \sum_{k=1}^n Y_{ijk} \quad (9)$$

Suma kwadratów odchyleń  $SS_{(Y)}$  (kolumna 2, tabela 2) zmiennej  $Y_{ijk}$  reprezentującej wszystkie wyniki wzorcowania od średniej ogólnej (9) została rozłożona na sumy odchyleń  $SS_{(T)}$ ,  $SS_{(O)}$  i  $SS_{(TO)}$ . Każda z nich po podzieleniu przez właściwą jej liczbę stopni swobody (kolumna 3, tabela 2) staje się miernikiem wpływu na wyniki wzorcowania odpowiednio czasu, operatora lub interakcji obydwu tych czynników. Resztowa suma kwadratów  $SS_r$  jest średnią ze średnich odchyleń (błędów przypadkowych) zmiennych  $Y_{ijk}$  od  $\bar{Y}_{ij..}$ , występujących w każdej podklasie T( $i$ ), O( $j$ ).

Czas i operator mogą mieć wpływ na wyniki wzorcowania, ale także tego wpływu może nie być lub inaczej mówiąc może być on statystycznie nieistotny. Wszystko zależy od specyfiki pomiarów w danej dziedzinie. Przypuszczenie, że na wyniki wzorcowania czas i operator nie mają wpływu oznacza przyjęcie hipotezy zerowej:

$$H_0: m_{ij} = m; \quad B_{ij} = 0 \quad i = 2 \dots r, \quad j = 2 \dots v \quad (10)$$

Dopiero odrzucenie ww. hipotezy  $H_0$  otwiera drogę do uznania hipotezy alternatywnej, że wpływ taki jednak istnieje. Oparte na analizie wariancji funkcje testowe, umożliwiające statystyczną weryfikację  $H_0$ , formułuje się zgodnie z [3] jako następujące ilorazy:

$$\frac{S_{(T)}^2}{S_r^2} = \frac{r \cdot v(n-1)}{r-1}; \quad \frac{S_{(O)}^2}{S_r^2} = \frac{r \cdot v(n-1)}{v-1}; \quad \frac{S_{(TO)}^2}{S_r^2} = \frac{r \cdot v(n-1)}{(r-1) \cdot (v-1)} \cdot \frac{SS_{(TO)}}{SS_r} \quad (11)$$

Jeżeli spełnione są założenia (3) eksperymentu i hipoteza  $H_0$  jest prawdziwa wówczas funkcje testowe (11) stają się statystykami o rozkładzie  $F$  Snedecora z ilościami stopni swobody jak w tabeli 3.

Tabela 3

| Źródło zmienności | Statystyka           | Rozkład statystyki                     | Obszary krytyczne                  | Wartości $f$ statystyki F dla eksperymentu EWL |
|-------------------|----------------------|--|------------------------------------|--|
| T                 | $S_{(T)}^2 / S_r^2$  | $F_{(T)}(r-1; r \cdot v(n-1))$         | $S_{(T)}^2 / S_r^2 \geq f_{(T)}$   | 1,8  |
| O                 | $S_{(O)}^2 / S_r^2$  | $F_{(O)}(v-1; r \cdot v(n-1))$         | $S_{(O)}^2 / S_r^2 \geq f_{(O)}$   | 3,1  |
| T x O             | $S_{(TO)}^2 / S_r^2$ | $F_{(TO)}((r-1)(v-1); r \cdot v(n-1))$ | $S_{(TO)}^2 / S_r^2 \geq f_{(TO)}$ | 1,6  |

Po założeniu dopuszczalnego prawdopodobieństwa błędu wnioskowania o słuszności  $H_0$ , na poziomie  $\alpha = 0,05$ , i ustaleniu wartości krytycznych  $f$  statystyki F dla poszczególnych źródeł zmienności, możliwe jest zbudowanie odpowiednich obszarów krytycznych (tabela 3). Przykładowo, w tabeli 3 przedstawiono wartości krytyczne  $f$  dla eksperymentu wewnętrzlaboratoryjnego EWL:  $r = 12$  cykli porównań,  $v = 3$  operatorów wykonujących po  $n = 10$  powtórzeń. Jeżeli więc np. obliczona wariancja  $S_{(O)}^2$  z ww. próby  $r \cdot v \cdot n = 12 \cdot 3 \cdot 10 = 360$  pomiarów przekroczy trzykrotnie ( $f = 3,1$ ) wariancję  $S_r^2$  wynikającą z błędów przypadkowych, można w sposób praktycznie bezsporny (z błędem wnioskowania nie przekraczającym 5%) odrzucić hipotezę  $H_0$  o braku wpływów operatorów na wyniki wzorcowania. Oznacza to, że wyniki pomiarów, a zatem CMC laboratorium, jest obciążone czynnikiem ludzkim. Laboratorium przeprowadza bowiem wzorcowania w warunkach odtwarzalności wewnętrzlaboratoryjnej, gdzie rutynowo wzorcowanie może przeprowadzać każdy z pracowników.

W przypadku otrzymania stosunkowo dużych, ale mieszczących się w obszarze przyjęcia wartości statystyk (11) nie ma wprawdzie podstaw do odrzucenia hipotezy o braku wpływu rozpatrywanych czynników na wyniki wzorcowania, ale także, co cechuje testy istotności, nie ma też silnych podstawa do jej potwierdzenia. Laboratorium musi samo ocenić, czy bardziej korzystne, ze względu na właściwe oszacowanie CMC jest oszacowanie wpływu tych czynników, czy wręcz przeciwnie – biorąc pod uwagę ryzyko przeszacowania CMC – uznać, że z punktu widzenia laboratorium nie są to wpływy wystarczająco istotne.

## 5. PODSUMOWANIE

Przedstawiono metodę, w której standardowe narzędzia analizy statystycznej zostały wykorzystane w nowym zastosowaniu – do analizy wyników porównań wewnętrzlaboratoryjnych. Metoda jest ograniczona do weryfikacji hipotezy istotności o braku wpływu wyróżnionych czynników na CMC laboratorium. Jednak odrzucenie tej hipotezy jest dla laboratorium wzorującego bezwzględnym wskazaniem, że konieczne jest oszacowanie wpływu tych czynników na CMC. Metoda może mieć zastosowanie przede wszystkim tam gdzie czynnik ludzki ma istotne znaczenie w procesach

wzorcowania. W dziedzinie przepływów w wielu przypadkach rola operatora jest istotna. Dotyczy to np. wzorowań anemometrów, przepływowomierzy gazu w tym gazomierzy, a także wzorowań przepływowomierzy do wody i cieczy innych niż woda, w przypadkach gdy pomiary te nie są zautomatyzowane.

## LITERATURA

1. PN-ISO 5725-3: 2002. Dokładność (poprawność i precyza) metod pomiarowych i wyników pomiaru. Część 3: Pośrednie miary precyzji standardowej metody pomiarowej.
2. Marek Dobosz: Wspomagana komputerowo statystyczna analiza wyników badań, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa, 2004.
3. Fisz M.: Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna, PWN, Warszawa, 1969.