

Wojciech BARWINEK, Marian KAMPIK, Krzysztof MUSIOŁ
 Politechnika Śląska
 Katedra Metrologii, Elektroniki i Automatyki

POMIARY ZESPOLONEGO STOSUNKU NAPIĘĆ SINUSOIDALNYCH Z WYKORZYSTANIEM ASYNCHRONICZNEJ METODY PRÓBKOWANIA

Dokument zawiera rezultaty symulacji pomiaru zespolonego stosunku napięć sinusoidalnych wykorzystując asynchroniczną metodę próbkowania. Stosunek amplitud i różnica faz badanych sygnałów była wyznaczona używając algorytmu dopasowania do elipsy (EFA) oraz dyskretnego przekształcenia Fouriera (DFT). Dodatkowo przedstawiono nową metodę korekcji uzyskanych wyników.

Słowa kluczowe: zespolony stosunek napięć, próbkowanie, EFA, DFT

MEASUREMENTS OF COMPLEX RATIO AC VOLTAGE USING THE ASYNCHRONOUS SAMPLING METHOD

This paper presents a results of measurements simulation of complex ratio of sinusoidal voltage using the incoherent sampling method. The ratio of amplitudes and phase shifts were calculated using ellipse-fitting algorithm (EFA) and discrete Fourier transform (DFT). In addition, a new method for correcting the obtained results was presented.

Keywords: complex voltage ratio, sampling, EFA, DFT

1. WSTĘP

W dokładnych pomiarach impedancji, mocy, energii czy też przy wyznaczaniu charakterystyk częstotliwościowych czwórników, istnieje potrzeba pomiaru określonych parametrów dwóch sygnałów sinusoidalnych. Relację pomiędzy badanymi sygnałami najczęściej przedstawia się w postaci zespolonego stosunku napięć, który można zapisać jako

$$\underline{R} = \frac{U_{m2}}{U_{m1}} e^{j(\varphi_2 - \varphi_1)} = R \cdot e^{j\varphi}, \quad (1)$$

gdzie U_{m1} , U_{m2} oraz φ_1 , φ_2 to odpowiednio amplitudy i fazy badanych sygnałów sinusoidalnych. Precyzyjnych pomiarów dokonuje się zazwyczaj za pomocą metody próbkowania synchronicznego lub koherentnego. W tym celu synchronizuje się źródło sygnałów sinusoidalnych z układem samplera. Praktycznie realizuje się to poprzez zastosowanie wspólnego stabilnego sygnału taktującego 10 MHz obydwu urządzeń. Aby zaistniał warunek koherencji dodatkowo musi być spełniona następująca równość

$$f_s K = f_{IN} N, \quad (2)$$

z której wynika potrzeba akwizycji stałej liczby okresów K zawierających N próbek badanego sygnału o częstotliwości f_{IN} dla częstotliwości próbkowania f_s (tzn. częstotliwość próbkowania musi być całkowitą wielokrotnością częstotliwości badanego sygnału sinusoidalnego). W celu obliczenia elementów składowych zespolonego stosunku napięć tj. stosunku amplitud i różnic faz, zwykle

wykorzystuje się algorytmy oparte na dyskretnej transformacji Fouriera (DFT). Do prawidłowego przetwarzania wymagają one znajomości zarówno częstotliwości sygnału próbkowania, jak również częstotliwości sygnału wejściowego. W przypadku asynchronicznego próbkowania (niekoherentnego) użycie algorytmów opartych na DFT może prowadzić do znaczącego wzrostu błędów pomiarowych powodowanych przez powstający przeciek widma. Istnieje wiele metod mających na celu minimalizację tego efektu. Alternatywnym podejściem jest wybór innego algorytmu przetwarzania. Jak przedstawiono w pracy [1] do tego celu można wykorzystać algorytm dopasowania do elipsy (EFA).

2. ALGORYTM DOPASOWANIA DO ELIPSY

W przypadku pomiaru zespolonego stosunku napięć dysponuje się dwoma sygnałami sinusoidalnymi o tych samych częstotliwościach, które w dziedzinie czasu dyskretnego można zapisać jako

$$\begin{aligned} u_1(n) &= A_1 \sin(\omega n + \varphi_1) + U_{DC1} \\ u_2(n) &= A_2 \sin(\omega n + \varphi_2) + U_{DC2} \end{aligned} \quad (3)$$

gdzie A_1 , A_2 i φ_1 , φ_2 to odpowiednio amplitudy i fazy badanych sygnałów sinusoidalnych o pulsacji $\omega = 2\pi \frac{f_{IN}}{f_s}$, U_{DC1} , U_{DC2} to komponenty odpowiadające składowej stałej, natomiast n reprezentuje numer próbki. W procesie próbkowania obu sygnałów w tych samych chwilach czasowych uzyskuje się rekordy chwilowych wartości sygnałów o długości N . W kartezjańskim układzie współrzędnych można na ich podstawie wykreślić punkty leżące na elipsie, które utworzone są z par elementów $u_1(n)$, $u_2(n)$. Można przyjąć, że ogólna postać równania opisującego elipsę na płaszczyźnie XY wyrażona jest zależnością

$$F(x, y) = ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2dx + 2ey + f = 0, \quad (4)$$

z ograniczeniem $b^2 - 4ac < 0$. Parametry a, b, c, d, e, f stanowią współczynniki elipsy. Manipulując odpowiednio równaniami (3) można je sprowadzić do postaci (4), co w rezultacie daje

$$\left(\frac{u_1 - U_{DC1}}{A_1} \right)^2 + \left(\frac{u_2 - U_{DC2}}{A_2} \right)^2 - 2 \frac{(u_1 - U_{DC1}) \cdot (u_2 - U_{DC2})}{A_1 A_2} \cos(\Delta\varphi) - \sin^2(\Delta\varphi) = 0. \quad (5)$$

Współczynniki elipsy poszukuje się korzystając z metod optymalizacyjnych, a dokładniej z funkcji minimalizacji wykorzystującej współczynniki Lagrange'a [2]. Wykorzystując zależności geometryczne oraz posługując się współczynnikami elipsy można zapisać równania, pozwalające wyznaczyć elementy składowe zespolonego stosunku napięć w postaci

$$R = \frac{U_{m2}}{U_{m1}} = \sqrt{\frac{a}{c}}, \quad (6)$$

$$\varphi = s \cos^{-1} \frac{-\text{sign}(a)b}{2\sqrt{ac}}. \quad (7)$$

Parametr s równania (7) przyjmuje wartość ± 1 w zależności od kierunku rotacji elipsy. Prezentowane zależności nie posiadają czynników zależnych od częstotliwości badanych sygnałów i próbkowania, co niesie ze sobą dodatkowe korzyści.

Zespolony stosunek napięć obecnie wyznacza się w jednym z dwóch systemów pomiarowych: z dwoma lub z jednym samplerem. W pierwszym z nich poszczególne sygnały przetwarzane są na postać cyfrową za pomocą dwóch osobnych torów pomiarowych. Rozwiązanie to przynajmniej teoretycznie zapewnia próbkowanie obydwu sygnałów w tym samym czasie, jednak wyniki obciążone są błędami wynikającymi z różnych właściwości przetworników A/C, obwodów kondycjonowania sygnałów i różnego rodzaju niestabilności. W [3] wykazano, że lepsze rezultaty można osiągnąć stosując system pomiarowy wyposażony w pojedynczy sampler oraz multiplekser, cyklicznie przełączający oba kanały pomiarowe. W celu osiągnięcia najlepszych rezultatów wymagane jest z reguły spełnienie warunku synchronizacji (2). Z pobieranych rekordów należy również usunąć próbki, które przypadają na czas przełączania multipleksera. W niektórych przypadkach spełnienie warunku (2) jest niemożliwe. W tym przypadku powstające błędy w pomiarze różnicy faz sygnałów należy korygować wykorzystując następujący sposób

$$\varphi_{corr} = \varphi - corr, \quad (8)$$

$$corr = 2\pi \frac{f_{IN}}{f_S} (N + M) - 2\pi \text{fix} \left(\frac{f_{IN}}{f_S} (N + M) \right), \quad (9)$$

gdzie fix oznacza operator pozyskiwania części całkowitej.

We współczynniku korekcyjnym (9) pojawia się człon zawierający informacje o wcześniej wspomnianych częstotliwościach. W przypadku pomiarów niekoherentnych odgrywa on ważną rolę wpływającą na końcowy wynik pomiaru zespolonego stosunku napięć. Nie zawsze istnieje sposób dokładnego oszacowania tego parametru. Z tego względu opracowano alternatywne rozwiązanie, wykorzystujące algorytm EFA.

Algorytm wyznaczenia współczynnika korygującego przesunięcie fazowe można podzielić na kilka etapów. W etapie pierwszym tworzy się cztery rekordy z danymi na podstawie rekordów zawierających próbki badanych sygnałów. Rekordy U_{1k} i U_{2k} powstają w skutek skrócenia rekordu od końca U_1 i U_2 o L elementów. Dwa kolejne rekordy U_{1p} i U_{2p} tworzone są w analogiczny sposób, z tą różnicą, że proces skracania przebiega od początku rekordów U_1 i U_2 . Etap ten można zapisać w postaci

$$\begin{aligned} U_{1k} &= U_1, & U_{2k} &= U_2, & n &= 1, 2, \dots, N - L, \\ U_{1p} &= U_1, & U_{2p} &= U_2, & n &= L + 1, L + 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (10)$$

W efekcie skrócenia rekordów U_1 i U_2 fazy początkowe wynoszą:

$$\begin{aligned} \varphi_{1k} &= \varphi_1, & \varphi_{2k} &= \varphi_2 + 2\pi \frac{f_{IN}}{f_S} (N + M), \\ \varphi_{1p} &= \varphi_1 + 2\pi \frac{f_{IN}}{f_S} L, & \varphi_{2p} &= \varphi_2 + 2\pi \frac{f_{IN}}{f_S} (N + M + L). \end{aligned} \quad (11)$$

W kolejnym etapie, korzystając z algorytmu EFA, wyznacza się przesunięcia fazowe pomiędzy parami U_{1k} , U_{2p} i U_{1p} , U_{2k} równe:

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= \varphi_{2p} - \varphi_{1k} = \varphi + 2\pi \frac{f_{IN}}{f_S} (N + M + L), \\ \varphi_2 &= \varphi_{2k} - \varphi_{1p} = \varphi + 2\pi \frac{f_{IN}}{f_S} (N + M - L).\end{aligned}\tag{12}$$

Różnica tych przesunięć jest równa $\varphi_1 - \varphi_2 = 4\pi \frac{f_{IN}}{f_S} L$. Na jej podstawie stosunek rzeczywistych częstotliwości sygnałów do częstotliwości próbkowania opisuje zależność

$$\frac{f_{IN}}{f_S} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{4\pi L},\tag{13}$$

którą następnie wykorzystuje się przy obliczeniu współczynnika korekcyjnego $corr$ opisanego zależnością (9).

3. PRÓBKOWANIE NIEKOHERENTNE

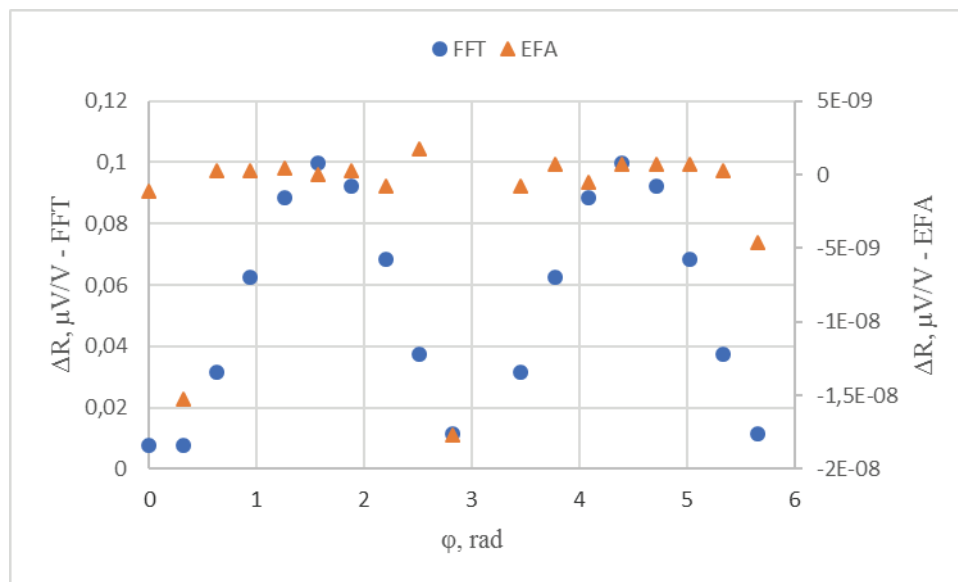
Precyzyjne pomiary zespolonego stosunku napięć zazwyczaj wykonuje się przy użyciu metody koherentnego próbkowania sekwencyjnego. Niestety, z reguły komercyjnie dostępne źródła stabilnego napięcia przemiennego (np. kalibratory, generatory) nie pozwalają na ich zsynchronizowanie z samplerami z uwagi na brak odpowiednich wejść/wyjść dla wspólnego sygnału taktującego. Niekiedy laboratoria dokonują we własnym zakresie przeróbek posiadanych przyrządów, co pociąga za sobą niejednokrotnie zmianę ich właściwości metrologicznych. Z tego powodu takie modyfikacje wykonywane są niechętnie, co sprawia, że zsynchronizowanie źródła z samplerem jest niemożliwe. Wykorzystanie do tak spróbkowanych sygnałów algorytmów bazujących na DFT wprowadza dodatkowe błędy, wynikające z niespełnienia warunku (2). Alternatywnym rozwiązaniem w takiej sytuacji staje się algorytm EFA. W celu porównania błędów wprowadzanych przez wyżej wymienione algorytmy w sytuacji próbkowania niekoherentnego przeprowadzono symulację komputerową. Brak synchronizacji zasymulowano przez niewielkie odstrojenie wspólnego sygnału taktującego o nominalnej częstotliwości 10 MHz, doprowadzonego do jednego z urządzeń (generatora lub samplera). W tabeli 1 przedstawiono przykładowe wyniki uzyskane przy następujących założeniach: częstotliwość, amplituda oraz przesunięcie fazowe badanych sygnałów równe odpowiednio 1 kHz, 1 V, 45°, częstotliwość próbkowania 100 kHz, długość pojedynczego rekordu 20000 próbek, liczba próbek pomiędzy rekordami 0. Dla algorytmu FFT błędy wyznaczenia stosunku amplitud i różnicy faz zmieniają się liniowo wraz ze wzrostem odchylenia częstotliwości synchronizującej f_{ref} od jej nominalnej wartości równej 10 MHz. Dla algorytmu EFA sytuacja jest podobna, ale tylko dla błędu wyznaczenia przesunięcia fazy bez dodatkowej korekty.

Tabela 1

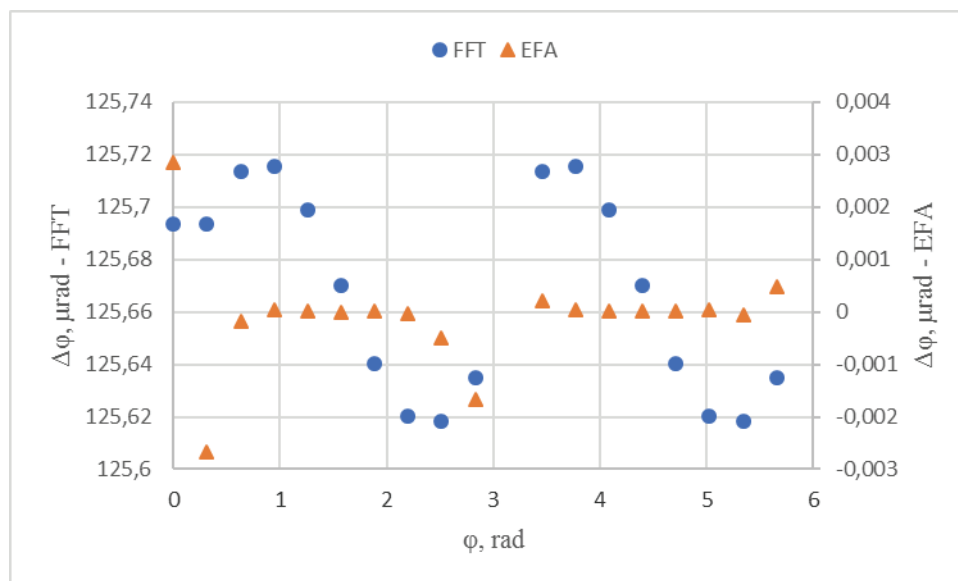
Zależność błędu wyznaczenia stosunku amplitud i różnicy faz od wartości odstrojenia referencyjnego sygnału zegarowego f_{ref}

Odchylenie od $f_{ref} = 10 \text{ MHz}$, $\mu\text{Hz/Hz}$	DFT		EFA		
	ΔR , $\mu\text{V/V}$	$\Delta\varphi$, μrad	ΔR , $\mu\text{V/V}$	$\Delta\varphi_{corr}$, μrad	$\Delta\varphi$, μrad
0	0	-1,90E-07	0	2,56E-07	-1,90E-07
0,1	0,099	125,670	0	5,89E-07	125,664
1	0,999	1256,697	0	8,59E-07	1256,637
10	9,998	12566,750	6,66E-10	2,07E-06	12566,370
100	97,519	125645,100	0	3,09E-06	125663,700

Dodatkowo uzyskane wartości są zbliżone do tych uzyskanych za pomocą DFT. Wartości skorygowane są znacznie mniejsze od pozostałych i zmieniają się w mniejszym stopniu. Błąd stosunku amplitud to pozostaje niezmienny w całym testowanym zakresie. Na rys. 1 i rys. 2 przedstawiono zależność wyżej wymienionych błędów od kąta przesunięcia fazowego pomiędzy badanymi sygnałami sinusoidalnymi dla odchylenia od częstotliwości f_{ref} równego $0,1 \mu\text{Hz/Hz}$. W prezentowanych wynikach pominięto wartości dla kątów 0° i 180° z powodu ograniczenia, które tyczy się algorytmu EFA. W przypadku DFT wykres błędu przyjmuje kształt funkcji sinus co wynika bezpośrednio z kształtu badanych sygnałów. Dla algorytmu EFA wartości błędów zwiększają się w pobliżu 0° i 180° .



Rys. 1. Charakterystyka wartości błędu wyznaczenia stosunku napięć w funkcji kąta przesunięcia fazowego pomiędzy badanymi sygnałami



Rys. 2. Charakterystyka wartości błędu wyznaczenia przesunięcia fazowego w funkcji kąta przesunięcia fazowego pomiędzy badanymi sygnałami

4. PODSUMOWANIE

Wartości błędów wyznaczenie stosunku amplitud i różnicy faz w pomiarach zespolonego stosunku napięć zależą częściowo od użytego algorytmu cyfrowego przetwarzania sygnałów. Najczęściej wykorzystywanym algorytmem w przypadku pomiarów synchronicznych jest DFT. W sytuacji braku możliwości spełnienia warunku (2) wyniki obarczone są dodatkowymi błędami. Jedną z alternatywnych możliwości minimalizacji błędów pomiaru zespolonego stosunku napięć jest wybór innego algorytmu, którym może być EFA. Wyniki przeprowadzonych symulacji wskazują na odporność tego algorytmu (użytego wraz z współczynnikiem korygującym) w sytuacji braku synchronizacji. Dalsze prace nad algorytmem EFA będą prowadzone w rzeczywistym systemie pomiarowym w celu potwierdzenia słuszności jego użycia w niekoherentnych pomiarach zespolonego stosunku napięć.

LITERATURA

1. Augustyn J., Kampik M.: "Application of Ellipse Fitting Algorithm in Incoherent Sampling Measurements of Complex Ratio of AC Voltages", IEEE transactions on instrumentation and measurement, VOL. 66, NO. 6, JUNE 2017.
2. Ramos P. M., Janeiro F. M., Radil T.: "Comparison of impedance measurements in a DSP using ellipse-fit and seven-parameter sine-fit algorithms," Measurement, vol. 42, no. 9, pp. 1370–1379, Nov. 2009.
3. Overney F., Jeanneret B., Mortara A.: "A synchronous sampling system for high precision AC measurements", in Proc. CPEM Dig., 2008, pp. 596-597.